

Nullstellenbestimmung mit dem **Newton-Verfahren** und dem TI89

Für quadratische Funktionen ist es immer möglich vorhandene Nullstellen mit dem Verfahren der quadratischen Ergänzung oder mit der p/q-Formel zu berechnen.
Schon bei ganzzahligen Funktionen dritten Grades tauchen jedoch oft Schwierigkeiten auf.

Falls es nicht möglich ist die Nullstellen einer Funktion exakt zu berechnen, sollen nun Näherungswerte ermittelt werden.

Aufgabe 1

Betrachte den Graphen der durch $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 3$ gegebenen Funktion mit dem TI89.

- Begründe, dass f eine Nullstelle hat.
- Gib einen groben Näherungswert x_0 für diese Nullstelle an. Verwende dabei mit **F3** den Trace-Modus oder mit **F5** im Math-Menu den Befehl Zero.
- Notiere alle Ergebnisse!

Aufgabe 2

Für die folgenden Aufgaben starten wir mit dem Näherungswert $x_0 = 2,5$!

- Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $P(2,5 | f(2,5))$.
Tipp: $t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$ ← Tangentengleichung
Zeichne die Tangente mit dem TI89.
- Ihre Nullstelle x_1 ist ein neuer und besserer Näherungswert für die gesuchte Nullstelle von f. Berechne x_1 mit dem TI89.

Aufgabe 3

Wende das Verfahren erneut an für die Tangente an den Graphen von f im Punkt $Q(x_1 | f(x_1))$. x_1 ist dabei die Nullstelle der Tangente aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4

- Leite eine allgemeine Gleichung für die Nullstelle x_{n+1} der Tangente an den Graphen im Punkt $(x_n | f(x_n))$ her. Damit kann der (n+1)-te Näherungswert aus dem n-ten Näherungswert berechnet werden. Berechne damit x_5 für unser Beispiel.
Bei der Berechnung werden immer wieder die selben Rechenschritte durchgeführt. Ein solches Verfahren wird als iteratives Verfahren und die zugrundeliegende Rechenvorschrift als Rekursionsformel bezeichnet.
- Führe einige Schritte des Newton-Verfahrens mit Excel durch. Erstelle und vervollständige dazu das folgende Datenblatt.

Excel Formelband						
C2		=B2^3-3*B2^2+3*B2-3				
	A	B	C	D	E	F
1	n	xn	f(xn)	f'(xn)	f(xn)/f'(xn)	xn+1
2	0	2,5	1,375	6,75	0,203704	2,2963
3	1	2,2963				

- Vergleiche die Ergebnisse mit den Näherungswerten aus Aufgabe 1.
- Erläutere den dargestellten Bildschirm des TI89 und führe weitere Schritte aus.

F1+ Tools	F2+ Algebra	F3+ Calc	F4+ Other	F5+ Pr3mID	F6+ Clean Up
■ 2.5 → z					2.5
■ z					2.5
■ z - f(z)/f'(z) → z					2.296296296
■ z - f(z)/f'(z) → z					2.260932225
z - f(z)/f'(z) → z					
MAIN RAD AUTO FUNC 9/30					